

Numerical simulation of coupled heat transfers through a building

Simulation numérique des transferts couplés de chaleur à travers un bâtiment

L. Boukhattem ^{*,§}, A. Bendou ^{**}, H. Hamdi ^{***}, D. R. Rousse ^{****}

^{*}EnR2E Laboratory, CNEREE, Cady Ayyad University Marrakech, Morocco

^{**}ENCG, University Ibn Zohr, Agadir, Morocco

^{***}LMFE CNRST Associated Research Unit (URAC27), FS, University Cady Ayyad Marrakech, Morocco

^{****}Industrial research chair in technologies of energy and energy efficiency (t3e), Montréal, Canada

[§] Corresponding author. E-mail: boukhattem.lah@gmail.com

Abstract

In this paper, we present a numerical study of the two dimensional heat transfers through a building for a Rayleigh number varying from 5.10^9 to $2.5 \cdot 10^{10}$. Equations governing the heat conduction in the surrounding walls of building, the natural convection in the room and the radiation heat exchange between internal surfaces of studied building are solved using a finite difference technique based on the control volume approach and the SIMPLEC algorithm. The results, which are obtained in the case of steady fluid flow and laminar fluid flow, are presented in terms of isotherms, streamlines, vertical heat flux, horizontal heat flux and radiative fluxes for different Rayleigh number. These radiative fluxes are obtained on the hot surface and cold one of building.

Keywords: Building; Simulation; Coupled heat transfers; Conduction; Convection; Radiation; Adiabatic boundary.

Résumé

Dans ce travail, nous présentons une étude numérique des transferts de chaleur bidimensionnels à travers un bâtiment pour un nombre de Rayleigh variant de 5.10^9 jusqu'à $2.5 \cdot 10^{10}$. Les équations qui régissent la conduction d'énergie au sein des parois de la cellule, la convection naturelle à l'intérieur du local ainsi que les échanges de chaleur par rayonnement entre les surfaces internes du bâtiment en question sont discrétisées par la méthode des différences finies, basée sur l'approche des volumes de contrôles et sont résolues en utilisant l'algorithme SIMPLEC. Les résultats, qui sont obtenus dans le cas du régime permanent, pour un écoulement laminaire du fluide et pour différent nombre de Rayleigh sont présentés en terme des isothermes, lignes de courant, flux de chaleur vertical, flux de chaleur horizontal et flux radiatifs le long de la surface chaude et froide du bâtiment.

Mots clés: Bâtiment ; Simulation ; Transferts thermiques couplés ; Conduction ; Convection ; Rayonnement ; Condition d'adiabaticité.

1. Introduction

L'étude du couplage convection naturelle, conduction et/ou rayonnement dans le domaine des bâtiments constitue un champ de recherche important. En effet, une étude numérique des transferts thermiques couplés, par trois modes de transfert d'énergie, à travers les parois alvéolaires des bâtiments a été faite par Abdelbaki et al. [1-3]. Boukendil et al. [4] ont présenté une étude du couplage thermique dans une cavité verticale à parois alvéolaires. Le même genre du travail a intéressé, récemment, Ait-Talaib et al.[5]. D'autres configurations simples ont été étudiées par Costa [6] et Ouardi [7]. L'étude des transferts de chaleur couplés entre un bâtiment complètement enterré et le sol a été menée par L. Boukhattem [8]. Les parois intérieures de ce bâtiment enterré ont été colmatées à chaque fois par une couche du mortier dont les caractéristiques thermophysiques ont été déterminées expérimentalement [9]. Ce même auteur a pu simuler les transferts de chaleur

couplés par trois mode à travers une structure pour un nombre de Rayleigh variant de 10^6 jusqu'à 10^8 [10].

Dans ce travail, nous présentons une étude numérique des transferts de chaleur bidimensionnels à travers un bâtiment sur terre pleine pour un nombre de Rayleigh variant de 5.10^9 jusqu'à $2.5.10^{10}$. Les deux faces horizontales extérieures du local sont thermiquement isolées, alors que, les deux autres faces verticales dont l'une qui est la surface gauche maintenue à une température chaude (TC), tandis que, celle de la face droite est maintenue à une température froide (TF).

2. Modèle mathématique et conditions aux limites

Les équations adimensionnelles qui régissent l'écoulement d'air au sein de l'habitat (figure1) et

le transfert de chaleur au sein de celui-ci sont les suivantes:

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

- Equation de la quantité de mouvement suivant X et Y :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial UU}{\partial X} + \frac{\partial VU}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial UV}{\partial X} + \frac{\partial VV}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Pr Ra \theta_a \quad (3)$$

- Equation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial \theta_a}{\partial \tau} + \frac{\partial U \theta_a}{\partial X} + \frac{\partial V \theta_a}{\partial Y} = \frac{\partial \theta_a}{\partial X} + \frac{\partial \theta_a}{\partial Y} \quad (4)$$

- équation de conduction d'énergie :

$$\frac{\partial \theta_a}{\partial \tau} = \frac{\alpha_K}{\alpha_a} \left(\frac{\partial^2 \theta_a}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_a}{\partial Y^2} \right) \quad (5)$$

Avec θ_s est la température adimensionnelle du solide. Ra est le nombre Rayleigh et Pr est le nombre de Prandtl définis respectivement par :

$$Ra = \frac{g \beta H_M^3 (T_C - T_F)}{\nu^2} Pr \quad \text{et} \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha_a}$$

Les conditions aux limites dynamiques et thermiques du problème sont :

$U = V = 0$ sur les surfaces internes du bâtiment

$\theta_s(0, Y) = 1$ et $\theta_s(H_p, Y) = 1$ pour

$0 \leq Y \leq (H_M + e_t + e_p)$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial Y}(X, Y) \Big|_{Y=0} = \frac{\partial \theta_s}{\partial Y}(X, Y) \Big|_{Y=H_M} = 0 \quad \text{pour}$$

$0 \leq X \leq (H_t + 2e_m)$

La continuité de température et du flux de chaleur aux interfaces fluide – solide sont données par :

$$\theta_s(X, Y) = \theta_a(X, Y) \quad \text{et} \quad -\frac{\lambda_s}{\lambda_a} \frac{\partial \theta_s}{\partial \eta} = -\frac{\partial \theta_a}{\partial \eta} + Nr Qr$$

où Qr est le flux radiatif net adimensionnel échangé entre la surface considérée et les autres faces du bâtiment et Nr est un nombre adimensionnel, caractérisant le rapport des échanges thermiques radiatifs aux transferts conductifs, ils sont définis respectivement par :

$$Qr_k(r'_k) = \varepsilon_k \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)^4 \left(\theta_k(r'_k) + \frac{1}{\gamma - 1}\right)^4 -$$

$$\varepsilon_k \sum_{j=1}^4 \left[S_j J'_j(r'_j) dF_{dS_k - dS_j} \right]$$

et

$$Nr = \frac{\sigma T_C^4 L}{\lambda_a (T_C - T_F)}$$

Le nombre de Nusselt moyen et le flux de chaleur moyen adimensionnel sur la face verticale gauche de la cavité sont donnés respectivement par:

$$\overline{Nu} = -\frac{1}{H_M} \int_0^{H_M} \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial X} \right)_{X=X_0} dY \quad (6)$$

$$\overline{Q} = \frac{-1}{(e_t + H_M + e_p)} \int_0^{(e_t + H_M + e_p)} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=X_0} dY \quad (7)$$

3. Résultats et discussion

Les résultats présentés dans ce travail sont obtenus pour un bâtiment (figure 1) ayant un toit d'épaisseur $e_t / H_M = 0.05$ et de largeur

$H_t / H_M = 1.2$, un mur d'épaisseur

$e_m / H_M = 0.1$ et de hauteur $H_M / H_M = 1$, un

plancher d'épaisseur $e_p / H_M = 0.05$ et de

largeur $H_p / H_M = 1.2$. Le rapport λ_a / λ_s entre

les conductivités de l'air et du solide est pris égal à 0,0242. Les nombres de Rayleigh (Ra), de

rayonnement (Nr) et le rapport des températures

(γ) varient respectivement de 5.10^9 à 25.10^9 , de

0 à 200 et de 1,02 à 1,07. Ces plages sont obtenues

pour une différence de températures ($T_C - T_F$)

variant de 5°C à 20°C . Cet intervalle de la différence de température ($T_C - T_F$) et la hauteur

du mur du bâtiment (H_M) sont conformes aux

conditions rencontrées dans la pratique. Le

nombre de Prandtl de l'air dans l'habitat et

l'émissivité (ε) des parois intérieures de celui-ci

sont égaux respectivement à 0,71 et à 0.8. Le

programme de calcul est testé sur le cas d'une

cavité carrée différentiellement chauffée [11]. Les

résultats trouvés sont comparés à ceux obtenus par

de Vahl Davis [12], Le Breton et al. [13] et A.Abdelbaki et al. [1].

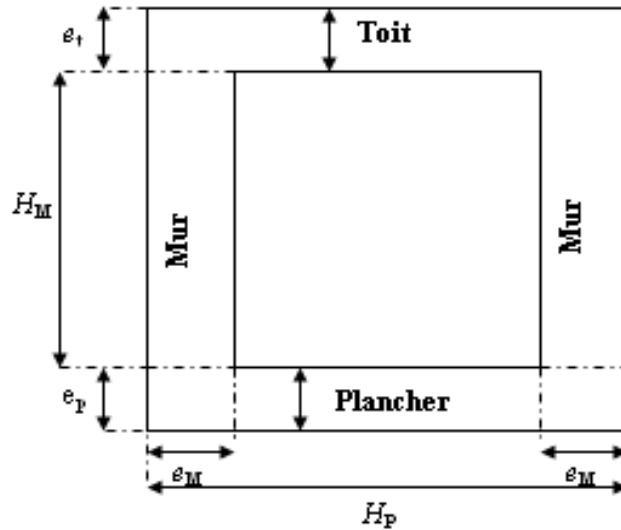
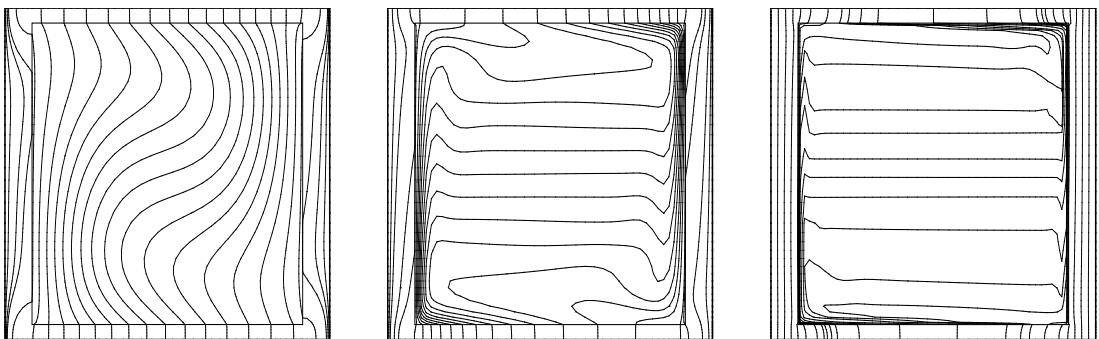


Figure 1. Configuration du bâtiment étudiée.

3.1. Lignes de courant et isothermes

D'après les résultats présentés sur la figure 2 ((a), (b) et (c)); on peut constater que le transfert d'énergie dans une portion du plancher et du toit pour ($0.2 < X < 1$) est unidimensionnel. Ceci s'explique par le fait que les isothermes sont perpendiculaires à la direction principale du transfert de chaleur, direction ox . La distorsion des isothermes à l'intérieur du bâtiment, le long des parois verticales et dans le reste du plancher et du toit est due au transfert d'énergie bidimensionnel (figure 2 (a)). La contraction de ces isothermes aux interfaces verticales solide - fluide est due principalement au nombre de

Rayleigh qui est relativement élevé ($Ra = 5.10^6$ et $Ra = 5.10^9$) et aux gradients importants des températures dans cette interface. En effet, le rapport λ_a / λ_s entre les conductivités thermiques des deux milieux est relativement petit (égal à 0.0242). Ce rapport est déduit de la continuité du flux de chaleur dans la même interface, solide - fluide. On ce qui concerne les lignes de courant (figure 3 (c)), le résultat montre que l'écoulement d'air à l'intérieur du bâtiment est caractérisé par deux cellules tournantes dans le sens horaire.



(a)

(b)

(c)

Figure 2. Isothermes à: (a) $Nr = 1.5$, $\gamma = 1.2$ et $Ra = 5.10^3$; (b) $Nr = 1.5$, $\gamma = 1.2$ et $Ra = 5.10^6$;

(c) $Nr = 120$, $\gamma = 1.05$ et $Ra = 5.10^9$

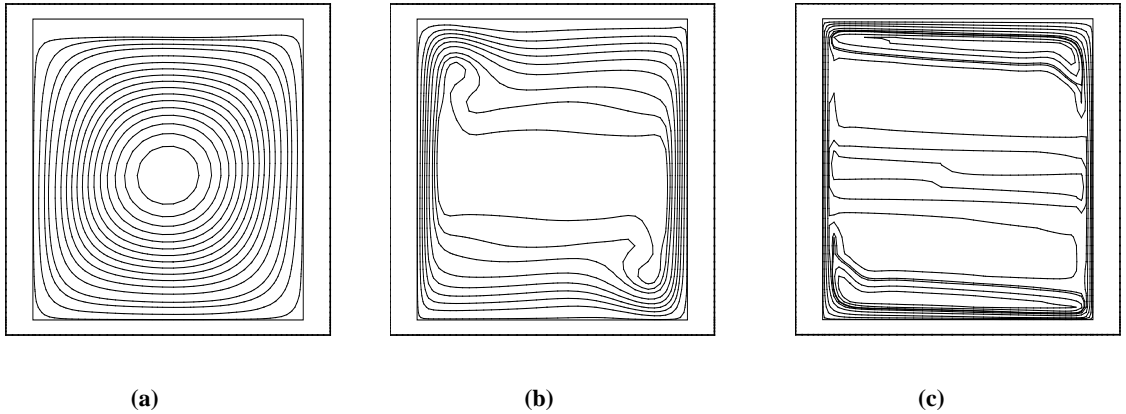


Figure 3. Lignes de courant à: (a) $Nr = 1.5$, $\gamma = 1.2$ et $Ra = 5.10^3$; (b) $Nr = 1.5$, $\gamma = 1.2$ et $Ra = 5.10^6$; (c) $Nr = 120$, $\gamma = 1.05$ et $Ra = 5.10^9$.

Les résultats obtenus pour $Ra = 5.10^3$ et $Ra = 5.10^6$ (figure 3 ((a) et (b))) ont montré que la structure de l'écoulement est caractérisée par une cellule tournante dans le sens horaire. La distorsion de ces lignes de courant ($Ra = 5.10^6$ figure 3 (b)) indique que la cellule se prépare à se diviser si Ra augmente; ces résultats sont conformes à ceux trouvés dans les études présentées dans la littérature [1 et 4].

3.2. Transfert d'énergie

La figure 4 présente les variations du flux de chaleur horizontal et vertical pour $\gamma = 1.05$, $Nr = 120$ et pour différentes valeurs de Ra . Concernant la distribution du flux de chaleur local en fonction de Y (figure 4 (a)), le résultat confirme l'importance des transferts thermiques convectifs et radiatifs à l'intérieur du local par rapport à ceux par conduction à travers les parois solides horizontales. Ces distributions de flux de chaleur présentent des maximums à mi-hauteur du mur à peu près. Ce même résultat, comme il est prévu, montre que les transferts d'énergie croissent en fonction de Ra .

On ce qui concerne le transfert thermique, traversant le plancher à la hauteur $Y = 0.05$ (figure 4 (b)), le flux de chaleur présente un pic à l'interface fluide – solide de la paroi gauche du bâtiment. Ce pic est dû d'une part, au mouvement ascendant (transfert d'énergie par convection) du fluide et d'autre part, au transfert d'énergie verticalement dans le mur par conduction. Ces deux modes de transfert de chaleur deviennent importants en s'approchant de part et d'autre de cette interface. En suite, ce flux devient nul

presque le long de la partie du plancher couvrant la cavité ($0.2 < X < 1$); ceci peut s'expliquer tout simplement par la monodimensionnalité du transfert d'énergie (suivant la direction Ox). Le résultat observé à la proximité du mur droit est opposé à celui trouvé pour le mur gauche. Quant aux effets du nombre de Rayleigh sur la distribution du flux de chaleur verticale (figure 4 (b)), ils restent négligeables.

La figure 5 donne les distributions des flux radiatifs adimensionnels sur les surfaces verticales gauche et droite du bâtiment pour un rapport de température et un nombre de rayonnement qui sont égaux respectivement à $\gamma = 1.05$ et à $Nr = 120$ et pour un nombre de Rayleigh de valeur 5.10^9 , 15.10^9 et 25.10^9 . Concernant la surface gauche (figure 5 (a)), le profil du flux radiatif montre que cette surface perd l'énergie vers les autres surfaces du bâtiment. Cette perte d'énergie est due principalement à la température de la surface en question qui est chaude. Par contre, la surface droite (figure 5 (b)) récupère l'énergie provient des autres surfaces de l'habitat. Cette récupération de chaleur peut s'expliquer tout simplement par la température de cette dernière (surface droite) qui est froide. Les extremums des profils des flux radiatifs, presque à mi-hauteur des murs, sont dus au transfert d'énergie par convection des deux cellules tournantes dans le sens horaire et qui tendent à maintenir les distributions des températures sur les milieux des surfaces gauche et droite à prendre une valeur maximale et minimale respectivement.

On a également remarqué que la perte d'énergie par la surface chaude et la récupération de cette dernière par la surface droite (froide) diminuent en

fonction du nombre de Rayleigh. Cette diminution peut s'expliquer clairement par le fait que ces échanges de chaleur radiatifs sont atténués par la

convection naturelle au fur est à mesure que Ra croit.

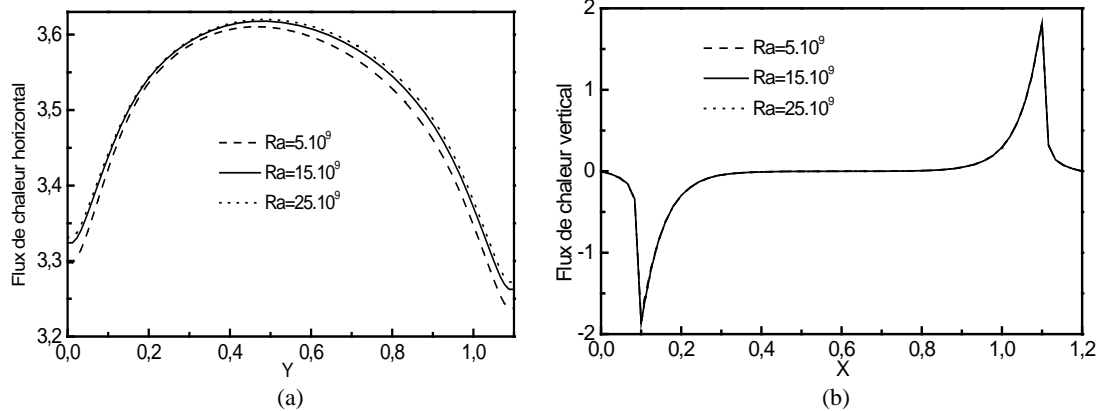


Figure 4 : Profils des flux de chaleur: (a) flux de chaleur horizontal, (b) flux de chaleur vertical.

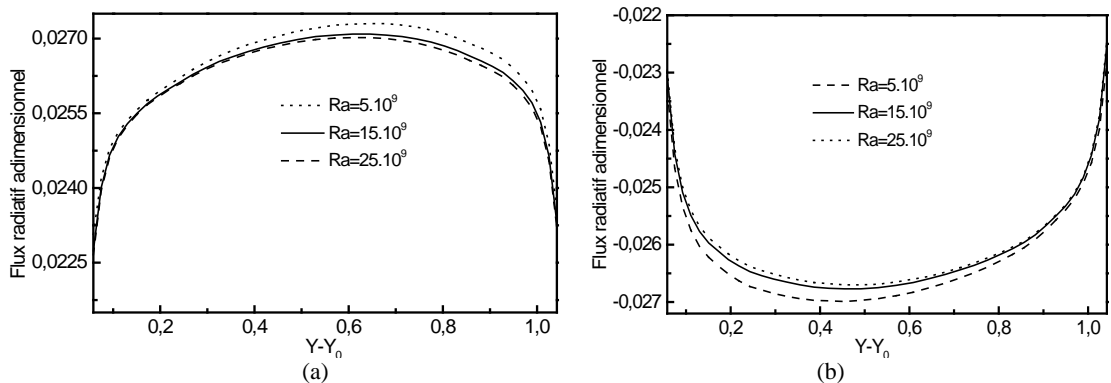


Figure 5 : Distributions des flux de chaleur radiatifs : (a) sur la face verticale gauche, (b) sur la face verticale droite du bâtiment.

4. Conclusion

Une étude numérique des transferts de chaleur couplés par conduction, convection et rayonnement a été faite pour un nombre de Rayleigh variant de 5.10^9 jusqu'à 2.510^{10} . Les résultats obtenus, pour des plages importantes des paramètres adimensionnels caractéristique du problème étudié, montrent que le transfert d'énergie dans une portion du plancher et du toit se fait suivant la direction ox (unidimensionnel) pour $(0.2 < X < 1)$, alors que, ce transfert de chaleur a un caractère bidimensionnel le long des parois verticales et à l'intérieur de l'habitat. Les résultats confirment également l'importance des transferts thermiques convectifs et radiatifs à l'intérieur du local par rapport à ceux par conduction à travers les parois solides horizontales. Concernant la distribution du flux adimensionnel radiatif, les résultats indiquent que la surface verticale chaude perde l'énergie alors que la surface froide récupère l'énergie radiative

provenant des autres surfaces du bâtiment. Ces échanges radiatifs diminuent en fonction du nombre de Rayleigh.

Références

- [1] A. Abdelbaki et Z. Zrikem, Simulation numérique des transferts thermiques couplés à travers les parois alvéolaires des bâtiments, *Int. J. Therm. Sci.* 38, 719-730 (1999).
- [2] A. Abdelbaki, Etude détaillée des transferts thermiques couplés par convection, conduction et rayonnement dans les structures alvéolaires en régimes permanent et transitoire. Application à l'identification des coefficients de la fonction de transfert des parois du bâtiment, Thèse de doctorat d'état, Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech, (2000).
- [3] A. Abdelbaki, Z. Zrikem et F. Haghghat, Identification of empirical transfer function coefficients for a hollow tile based on detailed models of coupled heat transfers, *Building and Environment*, 36, 139-148 2001.

- [4] M. Boukendil, A. Abdelbaki et Z. Zrikem, Couplage convection naturelle – conduction – rayonnement dans une cavité verticale à parois alvéolaires, 8^{ème} congrès de mécanique, El Jadida (Maroc) 17-20 Avril (2007) 17-18.
- [5] T. Ait-taleb, A. Abdelbaki et Z. Zrikem, Numerical simulation of coupled heat transfers by conduction, natural convection and radiation in hollow structures heated from below or above, *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 47, 378-387 (2008).
- [6] V.A.F.COSTA, Double diffusive natural convection in a square enclosure with heat and mass diffusive walls, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40, 4061-4071 (1997)
- [7] C. Ouardi, Contribution à l'étude du comportement thermique d'un habitat dans le climat de Marrakech, Thèse de DES, Université Cadi Ayyad, Marrakech, Maroc, décembre (1997).
- [8] L. Boukhattem, A. Bendou, R. Mir et M. Kourchi, Simulation et optimisation des transferts de chaleur entre un bâtiment complètement enterré et le sol, *Revue Internationale d'Héliotechnique Energie et Environnement* - N° 36 (2007) 30-42.
- [9] L. Boukhattem, R. Mir, M. Kourchi et A. Bendou, Caractérisation thermophysique du mortier à base de ciment et de sable, *Revue Internationale d'Héliotechnique Energie et Environnement* - N° 36 (2007) 03-12.
- [10] L. Boukhattem, A. Bendou, R. Mir et M. Kourchi, Étude des transferts de chaleur couplés et au sein d'un bâtiment en configuration bidimensionnelle, Congrès International Complex'2K7, Energie et Environnement, Agadir 19-20 Octobre (2007), pp. 267-272.
- [11] L. Boukhattem, Caractérisation thermophysique des matériaux et modélisation des transferts couplés de chaleur à travers un bâtiment Thèse de Doctorat, Université Ibn Zohr, Agadir, Maroc, Juillet (2008).
- [12] de Vahl Davis G., Natural convection of air in a square cavity: a Bench Mark numerical solution, *Int. J. Numer. Meth. FI*, 3, 249-264 (1983).
- [13] P. Le Breton, J.-P. Caltagirone, E. Arquis, Natural convection in square cavity with thin porous layers on its vertical walls, *J. Heat Trans.-T. ASME*, 113, 892-898 (1991).